

問題全体の出題のねらい

与えられた条件下で三角形が複数できる場合について、二次方程式の解の存在範囲に着目する方法と、図形的に捉える方法の二つの方針により考察する場面を設定し、両者の考え方を比較・評価したり、三角比の知識と結びつけ、その考え方を広げたり深めたりする力を問うた。

なお、本問題は、他者の考えを理解したり、自分の考えと比較・評価するなどの言語活動場面でのねらいも視野に入れて作問した。

モデル問題例3

[2] t および x を正の実数とする。

$AB = 8$, $AC = t$, $\angle ABC = 60^\circ$ であるような $\triangle ABC$ が 2 通り存在する場合の t のとり得る値の範囲について、次の【方針1】または【方針2】で考えることができる。

【方針1】

$BC = x$ とおくと、余弦定理から x についての二次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{コ}}x + \boxed{\text{サシ}} - t^{\boxed{\text{ス}}} = 0$$

が成り立つから、これが $\boxed{\text{セ}}$ をもつような t の値の範囲を求める。

【方針2】

点 B を通り直線 AB と 60° の角をなす半直線の一方を l とするとき、 $\boxed{\text{ソ}}$ が l と異なる 2 点で交わるような t の値の範囲を求める。

次の各問いに答えよ。

- (1) 【方針1】の $\boxed{\text{コ}} \sim \boxed{\text{ス}}$ に当てはまる数を答えよ。
- (2) 【方針1】の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① 異なる二つの解
- ② 異なる二つの正の解
- ③ 異なる二つの負の解
- ④ 正の解と負の解
- ⑤ 正の解と負の解
- ⑥ 重解

<正答例>

[2](1) $x^2 - \text{コ}x + \text{サシ} - t^{\text{ス}} = x^2 - 8x + 64 - t^2$

(2) セ ①

モデル問題例3

(3) 【方針2】の に当てはまるものを、次の ① ~ ⑤ のうちから一つ選べ。

- ① 点 A を中心とし、半径 t の円
- ② 点 B を中心とし、半径 t の円
- ③ 点 A を中心とし、半径 $\frac{t}{2}$ の円
- ④ 点 B を中心とし、半径 $\frac{t}{2}$ の円
- ⑤ 点 A を中心とし、半径 $\frac{\sqrt{3}}{2}t$ の円
- ⑥ 点 B を中心とし、半径 $\frac{\sqrt{3}}{2}t$ の円

(4) a および b を正の実数とし、 θ を鋭角とする。

$AB = a$ 、 $AC = b$ 、 $\angle ABC = \theta$ である $\triangle ABC$ について、 a と θ を一定の値にしたとき、 b の値に応じて $\triangle ABC$ が何通り存在するかは異なる。

そのような $\triangle ABC$ が何通り存在するかを、 b のとり得る値の範囲によって場合に分けて答えよ。

ただし、 $\triangle ABC$ ができない場合は「0通り」と答えよ。

解答は、解答欄 に記述せよ。

<正答例>

[2](3) ソ ①

(4) い
 $0 < b < a \sin \theta$ のとき 0 通り
 $b = a \sin \theta$ 、 $b \geq a$ のとき 1 通り
 $a \sin \theta < b < a$ のとき 2 通り